fatti, supponendo che si abbia

rr
U==

risulta

sen 9 =

in cui 33$ esprime, in questo caso, una vera funzione di **<t>,** poiché le curve <J> = cost. sono, per ipotesi, parallele fra loro. Ma d'altra parte, per la costanza dell'angolo 6, si ha anche

sen0 =/(*),

dunque

= J-£(*) LL
r tsr*

donde si scorge che il fattore d'integrazione è funzione del solo integrale <£, o ciò che torna lo stesso, che l'espressione

Udu + Vài)

ossia

è un differenziale esatto a due variabili.

Come caso particolare del precedente teorema, possiamo enunciare quest'altro: *se un sistema di rette., normali ad una medesima superficie, incontra sotto un angolo costante un'altra superficie, le infinite linee che si possono tracciare su questa, normalmente a quelle rette, sono le sviluppanti geodetiche di una medesima curva, ossia hanno per traiettorie ortogonali un sistema di linee geodetiche.*

Da questo teorema, nel caso che l'angolo sia nullo, deriva spontaneamente quest'altro, conosciuto *) :

Se un sistema di rette, tangenti ad una medesima superficie, è normale ad una medesima altra superficie, esso si compone delle tangenti ad una serie di linee geodetiche tracciate sulla prima superficie; e reciprocamente :

Se si traccia sopra una superficie qualunque una serie di lime geodetiche, le rette tangenti a queste linee costituiscono il sistema delle normali ad una medesima superficie.

Si dimostra facilmente che in questo caso la prima superficie è il luogo dei centri di curvatura della seconda.

Le ultime proprietà si possono dimostrare direttamente mediante l'equazione

dv *du*

*) Veggasi BERTRAND, *Traile de calcul di/érentiel,* § 661, 662.